

授课教师	林麦麦	授课名称	数学的智慧与乐趣	授课班级		授课地点	
授课时数	2学时	课程类型	大学科综合课	授课时间			
章节名称	第七章 有魅力的数						
参考资料	《乐在其中的数学》 《啊哈！原来如此（中译本）》 《生活中的魔法数学》 《思考的乐趣：Matrix67 数学笔记》 《数学与对称》		谈祥柏 著 (美) 伽德纳 著；李建臣，刘正新 译 (美) 亚瑟·本杰明，迈克尔·谢尔默 著 李旭大 译 顾森 著 丘成桐，刘克峰，杨乐 著		科学出版社 科学出版社 中国传媒大学出版社 人民邮电出版社 高等教育出版社		
教学目标	<p>一、知识和技能目标：</p> <p>1. 要求学生能够通过学习了解古今中外关于数字理解的典型趣味问题；</p> <p>2. 要求学生能够通过具体问题的深入探讨，初步了解并掌握数字的趣味计算、逻辑推理、运筹策略等方面的基础问题。</p>						
	<p>二、过程和方法目标：</p> <p>1. 注意借助具体问题，引入数学的基本对象——数字的相关趣味问题，广泛开阔学生的眼界；</p> <p>2. 通过具体的深入探讨，有效激发学生对数学的浓厚兴趣。</p>						
教学重点	古今中外数学学科中关于数字的典型趣味问题						
教学难点	问题的起源背景、一般解决思路与技巧性处理方法						

<p>学习内容分析</p>	<p>“第七章 有魅力的数”是《数学的智慧与乐趣》的基础内容，本章的主要内容将促使学生初步了解并深刻理解数学的基础内容——数字问题的基本起源、一般问题和具体的趣味性问题解决过程。对于首次接触本门课程的学生而言，利用直观、具体且易于理解的数字趣题，展示数学问题的技巧性解决过程至关重要。这将帮助学生有效地激发对数学的学习兴趣，良好地掌握数学问题解决的基本思想、定义内涵及其趣味解决过程。</p>
<p>学生分析</p>	<p>授课教师通过新课内容的引入介绍，帮助学生有效扭转以往认为数学“枯燥、无聊”，只有“计算、证明”，甚至是“题海、题库”的基本印象。关于古今中外各类趣味数字问题的解决思路探讨、具体步骤实施、数学工具应用的详细介绍，将激发学生对数学问题探讨的积极性，并良好地把握数学问题的思想来源、定义内涵、解决途径及其有效应用。</p>
<p>教学设计思路</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 首先说明本章的主要内容，明确学习目标、学习重点和学习难点； 2. 依据简单直观的具体数字趣味问题，明确该问题的起源背景、基本特征，提出解决问题的一般思想方法、具体解决方案和实际操作步骤； 3. 参考不同类型问题的具体解决方法，探讨数学学科的重要思想方法的灵活应用策略； 4. 依照具体问题的归纳总结，提出数学问题处理方法和思路的广泛灵活应用，并以严格的数学描述形式予以展示，通过注意事项的加强说明，使学生明确相应问题的表述形式、深刻含义、存在条件及其应用意义，从而使学生能够较为准确地把握典型的数学趣味问题。
<p>学习方法</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 通过具体问题的详细讨论过程，了解解决各种不同类型的数学趣味问题的基本思想方法和具体操作步骤，注意引导学生对数学问题的基本概念进行深入分析和全面掌握； 2. 对于具体问题的详细介绍，要求逐条展开，同时借助问题背景、性质特征、几何解释和理论说明加强学生对具体问题的有效掌握，并明确该问题的基本用途和使用价值。

教学过程		
教学环节安排	教学内容	教学方式媒体使用
<p>新课引入</p>		<ol style="list-style-type: none"> 1. 介绍本章的学习内容； 2. 突出数字的基础性、灵活性与趣味性；

新课教学

§ 7.1 7 的奥秘

“日月五星，谓之七政”

金星、木星、水星、火星、土星

星期一、星期二、星期三、星期四、星期五、星期六、星期日

月曜日、火曜日、水曜日、木曜日、金曜日、土曜日、日曜日

著名数学题：

“如果今天是星期日，那么 9^9 天后是星期几？”

神秘的7

$$1 \div 7 = 0.142857142857142857 \dots$$

$$2 \div 7 = 0.285714285714285714 \dots$$

$$3 \div 7 = 0.428571428571428571 \dots$$

$$4 \div 7 = 0.571428571428571428 \dots$$

$$5 \div 7 = 0.714285714285714285 \dots$$

$$6 \div 7 = 0.857142857142857142 \dots$$

1. 介绍数字 7；
2. 介绍与数字 7 相关的历史、文化背景；
3. 请学生思考与数字 7 有关的著名数学题，特别注意强调乘幂运算的基础性与复杂性；

1. 给出往届修读学生收集的趣味问题；
2. 激发学生对基础运算所含的深层意义的关注；

数学游戏

在一个口袋里装着10张卡片，每张上写一个数字，不重不漏，正好是0, 1, 2, 3, ..., 8, 9，每次从口袋里摸出4张卡片，组成四位数，共有24种组合。请把这24种组合中所有能被7整除的数找出来，谁找得全、找得快，谁就是优胜者。

例：1, 3, 6, 8 这4张卡片组成的四位数有：

1368, 1386, 1638, 1683, 1836, 1863, 3168, 3186,
3618, 3681, 3816, 3861, 6138, 6183, 6318, 6381,
6813, 6831, 8136, 8163, 8316, 8361, 8613, 8631.

能被7整除的是： $1386 \div 7 = 198$, $1638 \div 7 = 234$,
 $8316 \div 7 = 1188$, $8631 \div 7 = 1233$.

§ 7.2 一·二八事变与十九路军



九·一八事变后日本为了转移国际视线，并压迫南京国民政府屈服，日本侵略者于1932年初在上海不断寻衅挑起事端。1月28日晚，突然向闸北的国民党第十九路军发起攻击，随后又进攻江湾和吴淞。十九路军在军长蔡廷锴、总指挥蒋光鼐的率领下，奋起抵抗。

1. 给出问题，请学生思考解答；

1. 介绍历史事件的背景；



名称	一·二八淞沪抗战	参战方兵力	中国 少于50,000人
地点	上海市及周边		日本 约100,000人
时间	1932年1月28日-3月3日	伤亡情况	中国 13,000人
参战方	中国, 日本		日本 5,000人
结果	签署停战协定; 上海非军事化	主要指挥官	蒋光鼐、蔡廷锴, 盐泽幸一

1932年1月28日，日本侵略军进攻上海，十九路军英勇抵抗
南洋群岛华侨的爱国热情高涨，为抗日捐出的金钱、物资、
器材、药品……不计其数，其中有一笔捐款折合成法币以
后，恰好为**12008**元。

该数字恰好按照先后顺序嵌入：**1、2、8**

该数字恰好可以被19整除： **$12008 \div 19 = 632$**

该数字的两个0中间加入任意多个3，其得数均能被19整
除：

$$120308 \div 19 = 6332$$

$$1203308 \div 19 = 63332$$

$$12033308 \div 19 = 633332$$

.....

1. 通过历史事件的讲述，激发学生的民族自豪感、
爱国热情；

1. 给出与此相关的趣味问题；

§ 7.3 不听使唤的19

能否用1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0不重不漏地“制造”
出一个十位数, 使它能被1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...
各个数整除?

2438195760, 4876391520, 4753869120, 3785942160.

“种子数”:

$$2 \times 3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 = 102102$$

末尾添个“0” 能被5, 10整除

再乘以“6” 能被8, 9整除

$$12252240$$

§ 7.4 夹心馅的数字

2001年是21世纪的第一年: $21 \div 7 = 3$

$2001 \div 7 \neq$ 整数

$20001 \div 7 \neq$ 整数

$200001 \div 7 \neq$ 整数

$2000001 \div 7 \neq$ 整数

$20000001 \div 7 = 2857143$

$28888881 \div 7 = 4126983$

“夹心馅”的数字:

$24343431 \div 7 = 3477633$

$10000003 \div 13 = 769231$


$74444444 \div 37 = 2012012$

1. 给出问题;
2. 引导学生思考问题的解决方案;
3. 利用“种子数”的概念分析问题;


1. 给出特殊结构的数字问题;

1. 介绍问题;

§ 7.5 破解密码




勒伯朗先生今年85岁，住在法国巴黎郊外的一座老式公寓里，青少年时代曾在中国上海居住多年，自命为造诣高深的汉学家，尤其对“河图”、“洛书”、《易经》等情有独钟。



老先生独自生活，平时喜欢喝酒，经常喝得烂醉如泥，酒后又好出狂言。

勒伯朗先生在公寓内被害身亡



勒伯朗先生被人五花大绑，嘴巴、鼻孔贴满胶带，窒息而死。死者身上并无其它伤痕，室内一片狼藉，值钱的东西已被洗劫一空。老先生的银行存折和现金不翼而飞。

法国的银行制度极其严格，规定密码为7至10位数，取款人必须凭密码取钱。

私家侦探洛克比先生

有一次，勒伯朗喝得酩酊大醉，口无遮拦地吹起牛来，他说自己有一个终身不忘的密码，是从东方哲学里悟出来的。那是一个神奇的数字，取其前3位能被3整除，取其前5位能被5整除，取其前7位能被7整除。总之，取其前几位就可以被几整除。



381654729



胡萨克



诺福克先生

密码：381654729

$$3 \div 1 = 3$$

$$38 \div 2 = 19$$

$$381 \div 3 = 127$$

$$3816 \div 4 = 954$$

$$38165 \div 5 = 7633$$

$$381654 \div 6 = 63609$$

$$3816547 \div 7 = 545221$$

$$38165472 \div 8 = 4770684$$

$$381654729 \div 9 = 42406081$$

1. 请学生依据问题背景，思考解决该问题；
2. 给出答案，请学生验证；
3. 给出往届修读学生的不同答案；

§ 7.6 飞檐走壁



数学中的“飞檐走壁”

$$\sqrt{5 \frac{5}{24}} = 5\sqrt{\frac{5}{24}}$$

$$\sqrt[3]{2 \frac{2}{7}} = 2\sqrt[3]{\frac{2}{7}}$$

$$\sqrt{12 \frac{12}{143}} = 12\sqrt{\frac{12}{143}}$$

$$\sqrt[3]{3 \frac{3}{26}} = 3\sqrt[3]{\frac{3}{26}}$$

$$\sqrt{20 \frac{20}{399}} = 20\sqrt{\frac{20}{399}}$$

$$\sqrt[5]{2 \frac{2}{31}} = 2\sqrt[5]{\frac{2}{31}}$$

1. 借助武侠小说中极富传奇色彩的功夫——飞檐走壁，引入问题；

1. 介绍问题；
2. 总结规律；
3. 启发学生思考问题，了解原因；

数学中的“飞檐走壁”的奥秘 带分数

$$\sqrt{5\frac{5}{24}} = 5\sqrt{\frac{5}{24}}$$

$$\sqrt{5\frac{5}{24}} = \sqrt{5^2 - 1}$$

$$\sqrt{12\frac{12}{143}} = 12\sqrt{\frac{12}{143}}$$

$$\sqrt{12\frac{12}{143}} = \sqrt{12^2 - 1}$$

$$\sqrt[3]{2\frac{2}{7}} = 2\sqrt[3]{\frac{2}{7}}$$

$$\sqrt[3]{2\frac{2}{7}} = \sqrt[3]{2^3 - 1}$$

$$\sqrt[5]{2\frac{2}{31}} = 2\sqrt[5]{\frac{2}{31}}$$

$$\sqrt[5]{2\frac{2}{31}} = \sqrt[5]{2^5 - 1}$$

数学中的“乾坤大挪移”

$$\frac{5^3 + 2^3}{5^3 + 3^3} = \frac{5+2}{5+3}$$

$$\frac{\lg 2}{\lg 4} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{7^3 + 3^3}{7^3 + 4^3} = \frac{7+3}{7+4}$$

$$\frac{\lg \frac{9}{4}}{\lg \frac{27}{8}} = \frac{\frac{9}{4}}{\frac{27}{8}}$$

$$\frac{432^3 + 321^3}{432^3 + 111^3} = \frac{432 + 321}{432 + 111}$$

$$\frac{\lg \left(\frac{m+1}{m}\right)^m}{\lg \left(\frac{m+1}{m}\right)^{m+1}} = \frac{\left(\frac{m+1}{m}\right)^m}{\left(\frac{m+1}{m}\right)^{m+1}}$$

$$\frac{a^3 + b^3}{a^3 + (a-b)^3} = \frac{a+b}{a+(a-b)}$$

1. 与学生一起分析问题的奥秘所在；
2. 使学生看到数学问题处理的过程：从特殊到一般，并充分认识理论结果的指导意义；

1. 给出往届修读学生收集的趣味问题；
2. 激发学生的探索精神；

数学中的“移形换影”

$$\frac{8}{7} \times 8 = \frac{8}{7} + 8$$

$$\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{5}{6} = \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$\frac{11}{10} \times 11 = \frac{11}{10} + 11$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^2 + \frac{8}{9} = \frac{1}{9} + \left(\frac{8}{9}\right)^2$$

$$\frac{n+1}{n} \times (n+1) = \frac{n+1}{n} + (n+1)$$

$$\left(\frac{1}{100}\right)^2 + \frac{99}{100} = \frac{1}{100} + \left(\frac{99}{100}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n-1}{n} = \frac{1}{n} + \left(\frac{n-1}{n}\right)^2$$

数学中的“移形换影”

$$\begin{array}{r} 888\ 888\ 88 \times 888\ 888\ 88 \\ \hline 1+2+3+4+5+6+7+8+7+6+5+4+3+2+1 \\ = 111\ 111\ 11 \times 111\ 111\ 11 \\ = 123456787654321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 999\ 999\ 999 \times 999\ 999\ 999 \\ \hline 1+2+3+4+5+6+7+8+9+8+7+6+5+4+3+2+1 \\ = 111\ 111\ 111 \times 111\ 111\ 111 \\ = 12345678987654321 \end{array}$$

1. 给出往届修读学生收集的趣味问题；
2. 激励学生进行相关探索和讨论；

§ 7.7 上错花轿嫁对郎



1. 介绍相关背景;

1. 介绍趣味数学三杰的人物生平;

趣味数学三杰



山姆·洛伊德

Loyd Sam

(1841年1月31日—1911年4月10日)

美国智力游戏设计家。原学习工程学，开业设置和修理暖气设备和机械设备。14岁起设计棋局难题。1860年任西洋棋大师墨菲(Paul C. Morphy)所主编的《西洋棋月刊》棋局难题编辑。1868年为《美国西洋棋难题》(American Chess-Nuts)杂志撰稿。1878年发表《西洋棋战略》(Chess Strategy)一书。后转而设计智力游戏。制定“蠢驴难人”难题，发行数百万分。其子参与设计，1896年左右父子共同主办智力难题专栏，广为各报刊所采用。他们将简单代数公式加以改头换面，拟成难题，耐人寻味。

趣味数学三杰



马丁·加德纳

Martin Gardner

(1914年10月21日—2010年05月22日)

美国数学家和著名的数学科普作家。1936年毕业于芝加哥大学哲学专业。毕业后是《民友报》记者，后来在芝加哥大学公众关系部工作。二战爆发后，在美国海军担任随军记者，曾到过印度、菲律宾、东南亚、土耳其与中、近东许多国家和地区，见闻甚广。战后开始自由撰稿人的生涯。1957年，加德纳在《科学美国人》杂志上开设了一个数学游戏专栏，该专栏一直延续了1/4个世纪，直到1981年才宣告结束。正是这个专栏确定了加德纳在趣味数学领域的地位。最著名的趣味数学作品集包括《啊哈！灵机一动》、《啊哈！原来如此》《从惊讶到思考——数学悖论奇景》、《矩阵博士的魔法数》等。

趣味数学三杰

英国拼图最伟大的发明家

亨利 杜登尼

排字工人的粗心大意

$$2^5 9^2 = 2592 \quad 13^2 \cdot 7857142857142 \frac{6}{7} = 1327857142857142 \frac{6}{7}$$

$$2^5 \frac{25}{31} = 25 \frac{25}{31} \quad 857142$$

$$11^2 \cdot 9 \frac{1}{3} = 1129 \frac{1}{3} \quad 13^2 \cdot 7857142 \frac{6}{7} = 1327857142 \frac{6}{7}$$

$$21^2 \cdot 4 \frac{9}{11} = 2124 \frac{9}{11}$$

$$3^4 \cdot 425 = 34425 \quad 13^2 \cdot 7 \frac{6}{7} = 1327 \frac{6}{7}$$

$$31^2 \cdot 325 = 312325$$

$$73 \cdot 9 \cdot 42 = 7 \cdot 3942$$

1. 介绍问题;

§ 7.10 钟针对调问题

当分针(长针)正指向12时,时针(短针)正好指向6,两针不偏不倚成为一条直线。谁曾见过相反的情况?

通古斯大爆炸



通古斯大爆炸于1908年6月30日上午7时17分发生在俄罗斯西伯利亚埃文基自治区。爆炸发生于通古斯河附近、贝加尔湖西北方800公里处,北纬60.55度,东经101.57度,当时估计爆炸威力相当于10~15百万吨TNT炸药,超过2150平方公里内的6千万棵树焚毁倒下。此事件与3000多年前印度的死丘事件及1626年5月30日北京的王恭厂大爆炸并称为世界三大自然之谜。

通古斯大爆炸

- 1927年 出现**陨石**转化为气体的猜想
 - 1930年 提出**彗核**爆炸说
 - 1934年 提出**彗尾**撞击地球说
 - 1946年 提出**火星飞船**爆炸说
 - 1958年 提出**冰陨石**说
 - 1961年 提出**飞碟**分裂说
 - 1963年 提出**陨石**静电破坏森林说
 - 1965年 提出**雪人飞船**入侵说
 - 1967年 提出**闪电**引发甲烷气体爆炸说
 - 1969年 提出**反物质**彗星撞击说
 - 1995年 提出**反物质**湮灭说
 - 1996年 提出60米直径**小行星**撞击说
 - 1996年 提出**地外物质**(可能是铍含量极高的行星)撞击说
 - 1929年 提出**陨石**与地球相切
 - 1932年 提出宇宙**尘埃云**与地球相撞说
 - 1945年 提出**宇宙飞船**核爆炸说
 - 1947年 提出**反物质**陨石湮灭说
 - 1959年 提出**行星核碎片**说
 - 1962年 提出**流星**破坏地球电离层说
 - 1964年 提出**外星文明**回应地球信号说
 - 1966年 提出**白矮星**超密碎片撞击说
 - 1968年 提出**爆鸣气**爆炸和水分解说
 - 1993年 提出**冰陨石**撞击说
 - 1995年 提出**含碳球粒陨石**说
 - 1996年 提出无线动力**鱼雷**发射影响说
- 通古斯大爆炸与**尼古拉·特斯拉**有关



1. 介绍钟针对调问题;
2. 介绍通古斯大爆炸;

1. 介绍通古斯大爆炸成因的多种猜测;



通古斯大爆炸遗址



外星撞地球说



陨石坑——契科湖实景



契科湖3D声纳照片

针对问题的起源

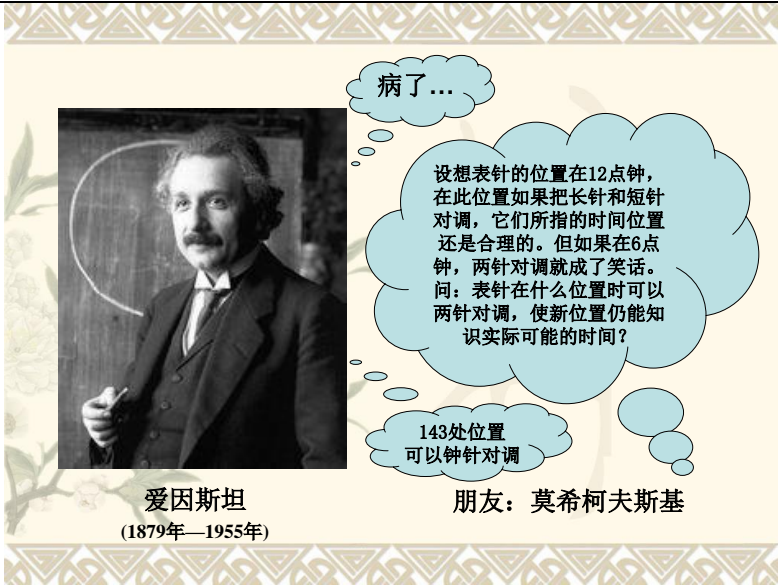


别莱利曼

前苏联著名科普大师
(1882年—1942年)

生于俄国格罗德省别洛斯托克市。他17岁开始在报刊上发表作品，1909年大学毕业以后就全力从事教学与科学写作，一生写了105本书，大部分是趣味科学读物。1913~1916年完成《趣味物理学》，这为他后来完成一系列趣味科学读物《趣味几何学》、《趣味物理学》、《趣味代数学》、《趣味力学》、《趣味天文学》奠定了基础。1919~1923年，他创办了原苏联第一份科普杂志《在大自然的实验室里》并任主编。1925~1932年，担任时代出版社理事，组织出版大量趣味科普图书。1935年，他创办和主持列宁格勒“趣味科学之家”，开展广泛的少年科学活动。在反法西斯侵略的卫国战争中，还为原苏联军人举办军事科普讲座，这也是他几十年科普生涯的最后奉献。

1. 介绍别莱利曼的人物生平；

	 <p>病了...</p> <p>设想表针的位置在12点钟, 在此位置如果把长针和短针对调, 它们所指的时间位置还是合理的。但如果在6点钟, 两针对调就成了笑话。问: 表针在什么位置时可以两针对调, 使新位置仍能知识实际可能的时间?</p> <p>143处位置可以钟针对调</p> <p>爱因斯坦 (1879年—1955年)</p> <p>朋友: 莫希柯夫斯基</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 介绍爱因斯坦对钟针对调问题的解决策略; 2. 简要介绍拓扑学的相关内容;
<p>课堂小结</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 授课过程中, 应充分调动学生的学习积极性, 改变以往“老师讲、学生听”的传统教学方式, 让学生更多地参与进来, 积极投入课堂学习中; 2. 通过新颖数字趣味问题的引入、介绍、研讨和反思, 为学生打开数学学科不同以往、引人入胜的全新一面; 3. 区别于以往数学问题的枯燥乏味、计算证明, 更加突出和强调数学问题逻辑推理的应用价值、巧妙计算的趣味性。 	
<p>课后反思</p>		